1 Esercizi di ripasso

1.1

Si considerino due eventi A e B tali che $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ e $A \cup B = S$. Allora

- ☐ A e B sono sicuramente indipendenti;
- ☐ A e B sono sicuramente disgiunti;
- ☐ può essere $P(A) + P(B) > 1$;
- ☐ sicuramente $P(A) + P(B) = 1$.

1.2

Sia X una v.c. continua con densità $f_X(x)$ simmetrica rispetto allo 0. Quale delle seguenti espressioni *potrebbe non essere vera*

- ☐ $E(X) = 0$;
- ☐ $P(X > 0) = \frac{1}{2}$;
- ☐ $P(X < 0) = \frac{1}{2}$;
- ☐ $P(|X| < 2) = P(|X| > 2)$.

1.3

Siano $X_1, X_2, \dots X_n$ v.c. $i.i.d. \, Po(\lambda)$. L'approssimazione normale ci permette di

- ☐ approssimare la distribuzione di $\sum_{i=1}^{n} X_i$ con $N(n\lambda, n\lambda)$ per tutti gli $n \geq 1$.
- ☐ approssimare la distribuzione di $\sum_{i=1}^{n} X_i$ con $N(n\lambda, n\lambda)$ per n grande.
- ☐ approssimare la distribuzione di $\overline{X}_n$ con $N(n\lambda, n\lambda)$ per tutti gli $n \geq 1$.
- ☐ approssimare la distribuzione di $\overline{X}_n$ con $N(n\lambda, n\lambda)$ per n grande.

1.4

Siano A e B due eventi indipendenti, per cui $P(A) = 1/2$ e $P(B) = 1/4$. Allora $P(A \cup B)$ è uguale a:

- ☐ $3/4$;
- ☐ non ci sono dati a sufficienza per rispondere alla domanda;
- ☐ $1/8$;
- ☐ $5/8$.

1.5

La media relativa ai dati 1,3,4,5,9 è

- ☐ 3.5;
- ☐ 4;
- ☐ 4.4;
- ☐ indefinita.

1.6

Siano X e Y variabili indipendenti. Quali delle seguenti identità *non* è necessariamente vera?

- ☐ $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$;
- ☐ $Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y)$;
- ☐ $P(X > 0) \leq P(X \geq 0)$;
- ☐ $P(X > 0) = P(Y > 0)$.

1.7

Un'urna contiene 4 palline rosse e 10 palline nere. Si estraggono simultaneamente due palline. Qual è la probabilità di estrarle entrambe rosse?

- ☐ $\frac{4}{10}$;
- ☐ $\frac{16}{196}$;
- ☐ $\dfrac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}}$;
- ☐ $\dfrac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}}$.

1.8

Siano $X_1, X_2, \dots X_n$ v.c. $i.i.d.$ della cui distribuzione è noto che $E(X_i) = \mu, \mathrm{var}(X_i) = \sigma^2$. Per il teorema del limite centrale

- ☐ $\lim_{n->\infty} P(\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < x) = \Phi(x)$
- ☐ $\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$
- ☐ $\mathrm{var}(\overline{X}_n) = 1$
- ☐ $\lim_{n->\infty} \mathrm{var}(\overline{X}_n) = 1$

1.9

Sia X una variabile casuale di media -1 e varianza 6. Allora la variabile casuale $aX + b$ ha media 0 e varianza 1 se

- ☐ $a = 1/\sqrt{3},\ b = -1/\sqrt{3}$;
- ☐ $a = 1/\sqrt{6},\ b = 1/\sqrt{6}$;
- ☐ $a = 1/2,\ b = -1$;
- ☐ $a = 1/3,\ b = 2/3$.

1.10

Dati i valori {7, 8, 2, 2, 1, 0, 2, 9, x, 5 } che valore deve assumere x affinchè la mediana dei valori sia pari a 2.5:

- ☐ 2
- ☐ 1
- ☐ 3
- ☐ 2.5

1.11

Un farmaco è stato testato su 10 pazienti. Si sa che il farmaco funziona indipendentemente tra i pazienti nel 30% dei casi. Qual'è la probabilità che ci siano esattamente due pazienti per i quali il farmaco funziona ?

- ☐ 0.23
- ☐ 0.09
- ☐ 4
- ☐ 0.05

1.12

Sia X una variabile casuale di media 5 e varianza 1. Allora $P(\mid X-5 \mid \leq 2)$ è sicuramente:

- ☐ $= \frac{3}{4}$
- ☐ $\leq \frac{1}{4}$
- ☐ $\geq \frac{3}{4}$
- ☐ $\geq \frac{1}{4}$

1.13

Sia $X_1, X_2, \ldots, X_n$, n variabili casuali i.i.d. con distribuzione $Po(\lambda)$. Quale delle seguenti variabili casuali ha una distribuzione che, per n grande, approssima quella di una Normale Standard?

- ☐ $\frac{\overline{X}-\lambda}{\sqrt{n}}$;
- ☐ $X_1 + \cdots + X_n$;
- ☐ $\frac{\overline{X}}{\sqrt{\lambda}}\sqrt{n}$;
- ☐ $\frac{\overline{X}_n-\lambda}{\sqrt{\lambda}}\sqrt{n}$.

1.14

Sia X una variabile casuale assolutamente continua con densità f_X. Allora $P(X \geq 3)$ è data dall'espressione

- ☐ $\int_{-\infty}^{3} f_X(x)dx$;
- ☐ $\int_{3}^{+\infty} f_X(x)dx$;
- ☐ $\int_{0}^{3} f_X(x)dx$;
- ☐ $\int_{3}^{4} f_X(x)dx$.

1.15

Sia X una variabile casuale discreta di densità p_X, che assume valori nell'insieme dei numeri naturali. Allora $E(\sqrt{X})$ è dato dalla seguente espressione

- ☐ $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{p_X(n)}$;
- ☐ $\sum_{n=0}^{+\infty} n\sqrt{p_X(n)}$;
- ☐ $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{np_X(n)}$;
- ☐ $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{n}p_X(n)$.

1.16

Si considerino i dati $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Se la corrispondente varianza σ^2 vale zero, allora

- ☐ la media dei dati deve essere 0;
- ☐ i dati possono essere diversi, ma sono distribuiti simmetricamente attorno alla media;
- ☐ i dati sono necessariamente tutti uguali;
- ☐ i dati sono necessariamente tutti uguali a zero.

1.17

Un esperimento fornisce i seguenti risultati numerici $1, 0, 0, 1, 2, 2$.

La media e la varianza campionarie sono:

- ☐ $(1, \frac{4}{6})$
- ☐ $(\frac{6}{4}, \frac{10}{4})$
- ☐ $(2, \frac{16}{6})$
- ☐ $(6, 10)$

1.18

Il coefficente di correlazione relativo alle coppie di dati $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ è -0.997. Allora

- ☐ Per ogni i, x_i è circa uguale a y_i;
- ☐ Per ogni i, x_i è circa uguale a $-y_i$;
- ☐ Quasi tutti i punti di coordinate $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ sono molto vicini ad una retta con coefficente angolare negativo;
- ☐ I punti di coordinate $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ sono perfettamente allineati.

1.19

Si considerino gli eventi: $A =$ il gene X è presente nel patrimonio genetico di Tizio; $B =$ Il gene Y non è presente nel patrimonio genetico di tizio. Allora $\overline{A \cup B}$ è:

- ☐ almeno uno dei due geni X e Y non è presente nel patrimonio genetico di Tizio;
- ☐ il gene X non è presente nel patrimonio genetico di Tizio;
- ☐ il gene Y è presente nel patrimonio genetico di Tizio, ma non il gene X;
- ☐ nè il gene X nè il gene Y sono presenti nel patrimonio genetico di Tizio.

1.20

Da un mazzo di 11 carte numerate da 1 a 11 si estraggono simultaneamente due carte. Qual è la probabilità che siano entrambe pari?

- ☐ $\dfrac{\binom{5}{2}}{\binom{11}{2}}$;
- ☐ $\dfrac{\binom{5}{2}}{\binom{6}{2}}$;
- ☐ $\frac{5}{11}$;
- ☐ $\frac{25}{121}$.